

Simon Falconoras

LES CARRÉS MAGIQUES

Essai

Stylit

Sommaire

1 ^{re} Partie les rectangles magiques.....	3
2 ^e partie Cas particulier du carré magique.....	4
Méthodes de réalisation d'un carré magique.....	6
1 ^{ère} Méthode la méthode du cheval pour les carrés magiques de taille impaire.....	6
2 ^e méthode combinaison de sudokus.....	8
Cas général de la méthode des Sudokus: hypercubes magiques de taille N en dimension k.....	14
3 ^e méthode Loi de composition des rectangles magiques.....	15
Une curiosité : Les carrés « diagonalement » magiques.....	20
3 ^e partie Les carrés magiques réels.....	23
Définition.....	23
1 ^{re} tentative pour trouver un carré magique réel.....	23
2 ^e tentative pour trouver un carré magique réel : Les carrés magiques d'Antoine.....	27
4 ^e partie : Les Figures Magiques.....	32
Définition d'une figure magique.....	32
Addition de figures magiques.....	34
Les figures magiques réelles.....	38
Moyenne du fractal magique.....	39
Le jeu des figures magiques.....	42
ANNEXE I : Calcul de la moyenne d'un carré magique réel construit à partir d'un seul et même carré magique entier.....	43
ANNEXE II : Les Bricolages.....	45
ANNEXE III : Les carrés magiques réels obtenus sont mesurables.....	46

1^{re} Partie : les rectangles magiques

Avertissement

Afin d'alléger la lecture, les énoncés mathématiques, souvent des démonstrations, sont encadrées sur fond jaune. Ainsi, pour ceux qui le souhaitent, il sera possible de sauter ces paragraphes.

Il est à signaler que toutes les figures magiques (voir la 4^{ème} Partie), dont les carrés magiques ne sont qu'un cas particulier, données en exemple dans ce document ont été réalisées avec un tableur classique.

Définition du cas général

Un rectangle magique de largeur L et de hauteur H est un rectangle comprenant L x H cases, dont chacune contient un nombre compris entre 1 et L x H et dont les sommes des nombres en lignes d'une part et en colonnes d'autre part, sont constantes.

Pour raison d'esthétique, nous n'étudierons que les rectangles magiques contenant une fois et une seule chaque entier de 1 à L x H.

Sommes des rectangles magiques

Le plus grand nombre affiché dans une des cases du rectangle est donc « L x H » (le plus petit est « 1 »). Donc la somme de tous les nombres de 1 à L x H affichés dans un rectangle magique est

$$\frac{L \times H (L \times H + 1)}{2}$$

La somme, notée \sum_N , des nombres de 1 à N est égale à $\sum_N = \frac{N(N+1)}{2}$

Démonstration (on ajoute 2 fois cette somme terme à terme) :

$$\sum_N = 1 + 2 + 3 + \dots + N$$

$$+\sum_N = N + (N-1) + (N-2) + \dots + 1$$

$$\hline 2\sum_N = (N+1) + (N+1) + (N+1) + \dots + (N+1) = N(N+1)$$

Il y a H lignes donc la somme constante en ligne est : $\Sigma_L = \frac{L(LH+1)}{2}$

Il y a L colonnes donc la somme constante en colonne est : $\Sigma_H = \frac{H(LH+1)}{2}$

Il est à noter que, puisque l'on doit diviser les produits L(L.H+1) et H(L.H+1) par 2, il faut que L et H soient tous les deux pairs ou tous les deux impairs sinon une des sommes n'est pas entière ce qui n'est pas possible avec la définition donnée des rectangles magiques (par exemple il n'y a pas de rectangle magique 2 x 5)

Exemple : prenons quelques exemples très simples de rectangles magiques

1	6	4	7
8	3	5	2